FONTOSABB MATEMATIKAI JELEK, JELÖLÉSEK

1. táblázat

Szimbólum	Jelentése, neve	Olvasása	Példa
$\mathbf{N}$	Természetes számok halmaza		
$\mathbf{N}^+$	Pozitív egész számok halmaza		
$\mathbf{Z}$	Egész számok halmaza		
$\mathbf{Q}$	Racionális számok halmaza		
$\mathbf{Q}^*$	Irracionális számok halmaza		
$\mathbf{R}$	Valós számok halmaza		
$\mathbf{C}$	Komplex számok halmaza		
$\emptyset$, { }	Üres halmaz		
+	Pozitív szám előjele	plusz	+5
–	Negatív szám előjele, szám ellentettjének a jele	mínusz	–5
| |	Abszolútérték-jel	abszolút érték	$\lvert x \rvert$
,	Tizedesvessző		3,75
…	Felsorolás folytatása	és így tovább	1, 2, 3, …
%	Százalék	százalék	15%
‰	Ezrelék	ezrelék	17‰
$\forall$	Univerzális kvantor	minden…	$\forall\ n$
$\exists$	Egzisztenciális kvantor	van olyan…	$\exists\ x$
∞	Végtelen	végtelen	
$\in$	Elemének lenni	… eleme …-nak	$x \in H$
$\subset$, $\subseteq$	Részhalmazkapcsolat	részhalmaza	$A \subset B$
$\cup$	Egyesítés	unió	$A \cup B$
$\cap$	Közös rész	metszet	$A \cap B$
\	Különbség	mínusz	$A \setminus B$
$\times$	Direkt (Descartes-féle) szorzat	kereszt	$A \times B$
+	Összeadás	plusz, meg	5 + 6
–	Kivonás	mínusz, -ból	13 – 7
$\cdot$, $\times$, $*$	Szorzás	szor	3×5
:, $\div$, /	Osztás	per, -ban	15 : 3
|	Oszthatósági jel	osztója	3 | 18
$\sqrt[n]{\ }$	Gyökvonás	n-edik gyök	$\sqrt[n]{a}$
=	Egyenlőség	egyenlő	$a = b$
$\neq$	Egyenlőség tagadása	nem egyenlő	$a \neq b$
:=	Definiáló egyenlőség	legyen egyenlő	$a := 2b$
<	Kisebb	kisebb mint	$1 < 3$
$\leq$	Kisebb vagy egyenlő	legfeljebb	$x \leq 10$
>	Nagyobb	nagyobb mint	$12 > 3$
$\geq$	Nagyobb vagy egyenlő	legalább	$x \geq 3$
$\approx$	Közelítőleg egyenlő	körülbelül	$\pi \approx 3{,}14$
$\cong$	Egybevágóság	egybevágó	$ABC_\Delta \cong PQR_\Delta$
~	Hasonlóság	hasonló	$ABC_\Delta \sim PQR_\Delta$

$-\!\bullet\!-$	Illeszkedés	illeszkedik	$e -\!\bullet\!- f$
$\parallel$	Párhuzamosság	párhuzamos	$e \parallel f$
$\perp$	Merőlegesség	merőleges	$e \perp f$
$\neg$	Negáció (tagadás)	nem	$\neg P$
$\wedge$	Konjukció	és	$P \wedge Q$
$\vee$	Diszjunkció	vagy	$P \vee Q$
$\oplus$	Antivalencia, kizáró vagy	vagy … vagy	$P \oplus Q$
$\Rightarrow$	Implikáció	ha … akkor …-ből következik	$P \Rightarrow Q$
$\Leftrightarrow$	Ekvivalencia	ekvivalens, akkor és csak akkor	$P \Leftrightarrow Q$
Δ	Háromszög		ABC_{Δ}
$^{\circ}\ '\ ''$	Szögmértékek	fok, perc, másodperc	$45^{\circ}15'27''$
π	Ludolf-féle szám	pí	
!	Faktoriális	faktoriális	$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$
$\binom{n}{k}$	Binomiális együttható	n alatt a k	
Σ	Összegezés	szumma	$\sum_{i=1}^{n} a_i$
Π	Szorzás	produktum	$\prod_{i=1}^{n} a_i$
lim	Határérték	limesz	$\lim_{n \to \infty} a_n$
$\int$	Integrál	integrál	$\int f(x)\,\mathrm{d}x$

A GÖRÖG ABÉCÉ BETŰI

2. táblázat

Α	α	alfa	Ι	ι	ióta	Ρ	ϱ	ró
Β	β	béta	Κ	κ	kappa	Σ	σ	szigma
Γ	γ	gamma	Λ	λ	lambda	Τ	τ	tau
Δ	δ	delta	Μ	μ	mű	Υ	υ	üpszilon
Ε	ε	epszilon	Ν	ν	nű	Φ	φ	fi
Ζ	ζ	zéta	Ξ	ξ	kszi	Χ	χ	khi
Η	η	éta	Ο	ο	omikron	Ψ	ψ	pszi
Θ	ϑ	théta	Π	π	pí	Ω	ω	omega

ELŐTAGOK (PREFIXUMOK)

3. táblázat

előtag	jele	neve	értéke
yotta-	Y	kvadrillió	1 000 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{24}
zetta-	Z	ezertrillió	1 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{21}
exa-	E	trillió	1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}
peta-	P	ezerbillió	1 000 000 000 000 000 = 10^{15}
tera-	T	billió	1 000 000 000 000 = 10^{12}
giga-	G	milliárd	1 000 000 000 = 10^{9}
mega-	M	millió	1 000 000 = 10^{6}
kilo-	k	ezer	1 000 = 10^{3}
hekto-	h	száz	100 = 10^{2}
deka-	da	tíz	10 = 10^{1}
—		egy	1 = 10^{0}
deci-	d	tized	0,1 = 10^{-1}
centi-	c	század	0,01 = 10^{-2}
milli-	m	ezred	0,001 = 10^{-3}
mikro-	μ	milliomod	0,000 001 = 10^{-6}
nano-	n	ezermilliomod	0,000 000 001 = 10^{-9}
pico-	p	billiomod	0,000 000 000 001 = 10^{-12}
femto-	f	ezerbilliomod	0,000 000 000 000 001 = 10^{-15}
atto-	a	trilliomod	0,000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}
zepto-	z	ezertrilliomod	0,000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-21}
yocto-	y	kvadrilliomod	0,000 000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-24}

GONDOLKODÁSI MŰVELETEK

HALMAZELMÉLET

FOGALMAK, JELÖLÉSEK

A halmazok jelölésére általában az ábécé nagybetűit, a halmaz elemeinek a jelölésére pedig az ábécé kisbetűit használjuk.

$a \in H$	azt jelöli, hogy az a betűvel jelölt dolog eleme a H betűvel jelölt halmaznak.
$a \notin H$	azt jelöli, hogy az a betűvel jelölt dolog nem eleme a H betűvel jelölt halmaznak.
$\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$	azt a véges halmazt jelöli, melynek elemei $a_1, a_2, \ldots, a_n$.
$H := \{a \in A \mid t_{(a)}\}$	ez a jelölés azt fejezi ki, hogy a t tulajdonsággal rendelkező $a \in A$ dolgok halmazát H-val jelöljük.
$A = B$	az A és a B halmazok egyenlőségét jelöli. Két halmaz akkor és csak akkor egyenlő, ha elemeik megegyeznek. Ha $A \subset B$ és $B \subset A$, akkor $A = B$.
$\|H\|$	jelöli a H véges halmaz elemeinek a számát (számosságát).
$\{\ \}$ vagy $\emptyset$	az üres halmaz jelölése. Azt a halmazt, amelynek egyetlen eleme sincs, üres halmaznak nevezzük. $\|\emptyset\| = 0$

HALMAZ RÉSZHALMAZA

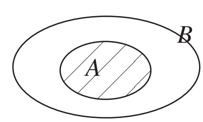
Akkor mondjuk, hogy egy A halmaz részhalmaza egy B halmaznak, ha A minden eleme B-nek is eleme.

Jelölés:

$A \subset B$ vagy $B \supset A$

$\emptyset \subset A$ Az üres halmaz minden halmaznak részhalmaza.

$A \subset A$ Minden halmaz részhalmaza önmagának.



MŰVELETEK HALMAZOKKAL

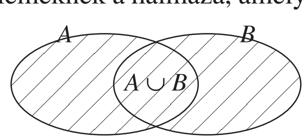
Halmazok uniója (egyesítése)

Az A és a B halmazok uniója (egyesítése) azoknak az elemeknek a halmaza, amelyek A és B közül legalább az egyikhez hozzátartoznak.

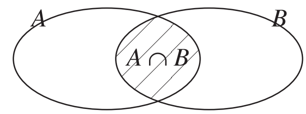
Jelölés:

$A \cup B$

$A \cup B := \{x \mid x \in A \text{ vagy } x \in B\}$



Halmazok metszete (közös része)
Az A és a B halmazok metszete (közös része) azoknak az elemeknek a halmaza, amelyek A-hoz is és B-hez is hozzátartoznak.

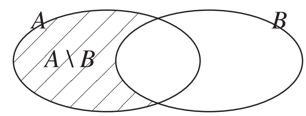


Jelölés:

$A \cap B$

$A \cap B := \{x \mid x \in A \text{ és } x \in B\}$

Két halmaz különbsége
Az A és B halmazok különbséghalmazán azoknak az elemeknek a halmazát értjük, amelyek A-hoz hozzátartoznak, de B-hez nem.

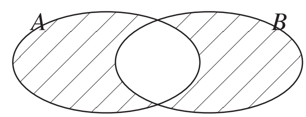


Jelölés:

$A \setminus B$

$A \setminus B := \{x \mid x \in A \text{ és } x \notin B\}$

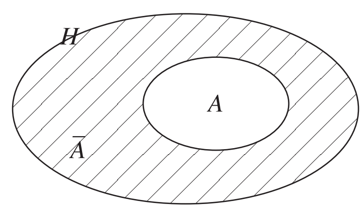
Két halmaz szimmetrikus különbsége
Az A és B halmazok szimmetrikus különbségén az $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ halmazt értjük.



Jelölés:

$A \,\Delta\, B$

Részhalmaz kiegészítő (komplementer) halmaza
Legyen adott a H halmaz (alaphalmaz) és ennek egy A részhalmaza. H azon elemeinek a halmazát, amelyek nem elemei A-nak, az A halmaz H-ra vonatkozó kiegészítő (komplementer) halmazának nevezzük.



Jelölés:

$\overline{A}$

$\overline{A} := \{x \mid x \in H \text{ és } x \notin A\}$

Két halmaz Descartes-féle (direkt-) szorzata
Azoknak a rendezett pároknak a halmazát, amelyeknek az első komponense az A-nak, második komponense pedig a B-nek eleme, az A és B halmazok Descartes-féle (direkt-) szorzatának nevezzük.
Jelölés:

$A \times B$

$A \times B := \{(x, y) \mid x \in A \text{ és } y \in B\}$

Ha $|A| = n$ és $|B| = m$ akkor $|A \text{ x } B| = nm$

LOGIKAI SZITA FORMULA KETTŐ, ILLETVE HÁROM HALMAZ ESETÉN

Ha A, B, C a H alaphalmaz részhalmazait jelöli, akkor

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$|H \setminus (A \cup B)| = |H| - |A| - |B| + |A \cap B|$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$|H \setminus (A \cup B \cup C)| = |H| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - |A \cap B \cap C|$$

HALMAZMŰVELETI AZONOSSÁGOK

$A \cup B = B \cup A$	és	$A \cap B = B \cap A$
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	és	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
$A \cup A = A$	és	$A \cap A = A$
$A \cup \emptyset = A$	és	$A \cap \emptyset = \emptyset$
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	és	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$		$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$		

A komplementer halmazokra vonatkozó azonosságok:

$\overline{(\overline{A})} = A$

De Morgan azonosságok:

$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$ és $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

LOGIKA

FOGALMAK, JELÖLÉSEK

Azokat a kifejezéseket, amelyekről egyértelműen megállapítható, hogy igazak vagy hamisak, kijelentésnek (állításnak) nevezzük.
Egy kijelentés (állítás) logikai értéke lehet igaz vagy hamis.
Jelölések:

P, Q, R,… kijelentések (állítások)

i igaz logikai érték
h hamis logikai érték

LOGIKAI MŰVELETEK ÉS ÉRTÉKTÁBLÁZATAIK

Negáció (nem)

P negáltja: $\neg P$

P	$\neg P$
i	h
h	i

Diszjunkció (vagy)

P és Q diszjunkciója: $P \vee Q$

P	Q	$P \vee Q$
i	i	i
i	h	i
h	i	i
h	h	h

Antivalencia (kizáró vagy)

P antivalens Q-val: $P \oplus Q$

P	Q	$P \oplus Q$
i	i	h
i	h	i
h	i	i
h	h	h

Konjukció (és)

P és Q konjukciója: $P \wedge Q$

P	Q	$P \wedge Q$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	h

Implikáció (ha …, akkor)

P implikálja Q-t: $P \Rightarrow Q$

(Mondhatjuk még: P elégséges feltétele Q-nak, vagy Q szükséges feltétele P-nek)

P	Q	$P \Rightarrow Q$
i	i	i
i	h	h
h	i	i
h	h	i

Ekvivalencia (akkor és csak akkor)

P ekvivalens Q-val: $P \Leftrightarrow Q$

(Mondhatjuk még: P akkor és csak akkor, ha Q; vagy Q akkor és csak akkor, ha P; vagy P pontosan akkor, ha Q)

P	Q	$P \Leftrightarrow Q$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	i

MŰVELETI AZONOSSÁGOK

$\neg(\neg P) = P$

$P \vee Q = Q \vee P$ és $P \wedge Q = Q \wedge P$

$(P \vee Q) \vee R = P \vee (Q \vee R)$ és $(P \wedge Q) \wedge R = P \wedge (Q \wedge R)$

$P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ és $P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

$\neg(P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$ és $\neg(P \wedge Q) = \neg P \vee \neg Q$

$P \Rightarrow Q = \neg P \vee Q$

$P \Leftrightarrow Q = (\neg P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q)$

$\neg(P \Rightarrow Q) = P \wedge \neg Q$

GYAKRAN HASZNÁLT KÖVETKEZTETÉSI SÉMÁK

$$\frac{\begin{matrix} P \Rightarrow Q \\ P \end{matrix}}{Q}\ ; \qquad \frac{\begin{matrix} P \Rightarrow Q \\ \neg Q \end{matrix}}{\neg P}\ ; \qquad \frac{\begin{matrix} P \Rightarrow Q \\ Q \Rightarrow R \end{matrix}}{P \Rightarrow R}$$

KOMBINATORIKA

PERMUTÁCIÓ

Ismétlés nélküli permutáció
n különböző elemet kell az összes lehetséges módon sorba rendezni.
A különböző elrendezések száma:
$P_n = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = n!$
Értelmezés szerint: $P_0 = 0! = 1$

Ismétléses permutáció
n olyan elemet kell az összes lehetséges módon sorba rendezni, amelyek között ismétlődő elemek is vannak. Ha az ismétlődések száma $k_1, k_2, \ldots, k_r$; ($k_1 + k_2 + \ldots + k_r \le n$), akkor a különböző elrendezések száma:

$$P_n^{k_1, k_2, \ldots, k_r} = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots \cdot k_r!}$$

Ciklikus permutáció
n különböző elemet kell az összes lehetséges módon egy kör mentén sorba rendezni.
A különböző elrendezések száma:
$P_{n,\ \text{ciklikus}} = (n-1)!$

KOMBINÁCIÓ

Ismétlés nélküli kombináció
n különböző elem közül $k \le n$ elemet kell kiválasztani. Egy elemet csak egyszer választhatunk ki, a sorrend nem számít, vagyis ha ugyanazokat az elemeket más sorrendben választjuk ki, az ugyanannak a kiválasztásnak számít. A különböző kiválasztások száma:

$$C_n^k = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \binom{n}{k}$$

Ismétléses kombináció
n különböző elem közül k elemet kell kiválasztani. Egy elemet többször is kiválaszthatunk, a sorrend nem számít. A különböző kiválasztások száma:

$$C_n^{k,i} = \binom{n+k-1}{k}$$

VARIÁCIÓ

Ismétlés nélküli variáció

n különböző elem közül $k \le n$ elemet kell kiválasztani. Egy elemet csak egyszer választhatunk ki, a sorrend számít, vagyis ha ugyanazokat az elemeket más sorrendben választjuk ki, az más kiválasztásnak számít.
A különböző kiválasztások száma:

$$V_n^k = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Ismétléses variáció

n különböző elem közül k elemet kell kiválasztani. Egy elemet többször is kiválaszthatunk, a sorrend számít.
A különböző kiválasztások száma:

$$V_n^{k,i} = n^k$$

FAKTORIÁLISOK ÉRTÉKEI

$n!$ értékei $\quad n = 0, 1, 2, \ldots, 50$

$0! = 1 \quad 1! = 1 \quad 2! = 2 \quad 3! = 6 \quad 4! = 24 \quad 5! = 120$

4. táblázat

n	$n!$	n	$n!$	n	$n!$
6	720	21	$5{,}10909 \cdot 10^{19}$	36	$3{,}71993 \cdot 10^{41}$
7	5 040	22	$1{,}12400 \cdot 10^{21}$	37	$1{,}37638 \cdot 10^{43}$
8	40 320	23	$2{,}58520 \cdot 10^{22}$	38	$5{,}23023 \cdot 10^{44}$
9	362 880	24	$6{,}20448 \cdot 10^{23}$	39	$2{,}03979 \cdot 10^{46}$
10	3 628 800	25	$1{,}55112 \cdot 10^{25}$	40	$8{,}15915 \cdot 10^{47}$
11	39 916 800	26	$4{,}03291 \cdot 10^{26}$	41	$3{,}34525 \cdot 10^{49}$
12	479 001 600	27	$1{,}08889 \cdot 10^{28}$	42	$1{,}40501 \cdot 10^{51}$
13	6 227 020 800	28	$3{,}04888 \cdot 10^{29}$	43	$6{,}04153 \cdot 10^{52}$
14	87 178 291 200	29	$8{,}84176 \cdot 10^{30}$	44	$2{,}65827 \cdot 10^{54}$
15	1 307 674 368 000	30	$2{,}65253 \cdot 10^{32}$	45	$1{,}19622 \cdot 10^{56}$
16	20 922 789 888 000	31	$8{,}22284 \cdot 10^{33}$	46	$5{,}50262 \cdot 10^{57}$
17	355 687 428 096 000	32	$2{,}63131 \cdot 10^{35}$	47	$2{,}58623 \cdot 10^{59}$
18	6 402 373 705 728 000	33	$8{,}68332 \cdot 10^{36}$	48	$1{,}24139 \cdot 10^{61}$
19	121 645 100 408 832 000	34	$2{,}95233 \cdot 10^{38}$	49	$6{,}08282 \cdot 10^{62}$
20	2 432 902 008 176 640 000	35	$1{,}03331 \cdot 10^{40}$	50	$3{,}04141 \cdot 10^{64}$

BINOMIÁLIS EGYÜTTHATÓK

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \qquad 0 \le k \le n, \qquad 0! = 1$$

A binomiális együtthatók néhány tulajdonsága:

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + (-1)^n \binom{n}{n} = 0$$

BINOMIÁLIS TÉTEL

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \ldots + \binom{n}{n-1} ab^{n-1} + \binom{n}{n} b^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

BINOMIÁLIS EGYÜTTHATÓK ÉRTÉKEI

5. táblázat

n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1 287	1 716	1 716	1 287	715	286
14	1	14	91	364	1 001	2 002	3 003	3 432	3 003	2 002	1 001
15	1	15	105	455	1 365	3 003	5 005	6 435	6 435	5 005	3 003
16	1	16	120	560	1 820	4 368	8 008	11 440	12 870	11 440	8 008
17	1	17	136	680	2 380	6 188	12 376	19 448	24 310	24 310	19 448
18	1	18	153	816	3 060	8 568	18 564	31 824	43 758	48 620	43 758
19	1	19	171	969	3 876	11 628	27 132	50 388	75 582	92 378	92 378
20	1	20	190	1 140	4 845	15 504	38 760	77 520	125 970	167 960	184 756
n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$

SZÁMELMÉLET, ALGEBRA

A VALÓS SZÁMOK ÁTTEKINTÉSE, SZÁMHALMAZOK

TERMÉSZETES SZÁMOK

$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \ldots, n, \ldots\}$
Bármely n természetes szám a 10-es számrendszerben $n = a_k\, 10^k + a_{k-1}\, 10^{k-1} + \ldots + a_1\, 10 + a_0$ alakban írható fel, ahol $0 \le a_0, a_1, \ldots, a_{k-1} \le 9$; $1 \le a_k \le 9$ egészek.

EGÉSZ SZÁMOK

$\mathbf{Z} = \{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

RACIONÁLIS SZÁMOK

Két egész szám hányadosaként felírható számokat racionális számoknak nevezzük.

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbf{Z},\ q \ne 0 \right\}$$

Bármely racionális szám felírható egész szám, véges tizedes tört vagy szakaszos végtelen tizedes tört alakban. Megfordítva is igaz, minden véges vagy szakaszos végtelen tizedes tört racionális szám.

IRRACIONÁLIS SZÁMOK

A nem szakaszos végtelen tizedes törteket és ezek ellentettjeit irracionális számoknak nevezzük. Az irracionális számok halmazának jele: $\mathbf{Q}^*$. Az irracionális számok nem írhatók fel két egész szám hányadosaként.
Irracionális számok például π, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{3}$.

VALÓS SZÁMOK

A racionális és az irracionális számok halmazának egyesítésekor a valós számok halmazát kapjuk. Jele: **R**.

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{Q}^*$$

A SZÁMHALMAZOK KAPCSOLATA

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$$

AZ ALAPMŰVELETEK ELVÉGEZHETŐSÉGE A NEVEZETES SZÁMHALMAZOKON BELÜL

6. táblázat

<table>
<tr><th></th><th>N</th><th>Z</th><th>Q</th><th>R</th></tr>
<tr><td>összeadás</td><td colspan="4">mindig elvégezhető</td></tr>
<tr><td>kivonás</td><td>nem mindig végezhető el</td><td colspan="3">mindig elvégezhető</td></tr>
<tr><td>szorzás</td><td colspan="4">mindig elvégezhető</td></tr>
<tr><td>osztás</td><td colspan="2">nem mindig végezhető el</td><td colspan="2">a 0-val való osztás kivételével mindig elvégezhető</td></tr>
</table>

MŰVELETI TULAJDONSÁGOK A VALÓS SZÁMOK KÖRÉBEN

Kommutativitás (felcserélhetőség)

$a + b = b + a$
$ab = ba$

Asszociativitás (csoportosíthatóság)

$(a + b) + c = a + (b + c)$
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Disztributivitás

$a(b + c) = ab + ac$

Néhány egyéb tulajdonság

Ha $a < b$, akkor $a + c < b + c$
Ha $a < b$ és $c > 0$, akkor $ac < bc$
Ha $a < b$ és $c < 0$, akkor $ac > bc$

SZÁM RECIPROKA

$a \neq 0$ esetén az $\frac{1}{a}$ számot az a szám reciprokának nevezzük.

ABSZOLÚT ÉRTÉK

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ ha } x \geq 0 \\ -x, \text{ ha } x < 0 \end{cases}$$

POZITÍV SZÁMOK NORMÁLALAKJA

Bármely $x > 0$ szám felírható
$x = N \cdot 10^k$ alakban, ahol $1 \leq N < 10$; $k \in \mathbf{Z}$.
Az x számnak ezt az alakját normálalaknak nevezzük.
$\lg N$ az x szám mantisszája
k az x szám karakterisztikája

KOMPLEX SZÁMOK

KOMPLEX SZÁMOK ÉS JELÖLÉSÜK

A $z = a + bi$ alakú számokat komplex számoknak nevezzük $\left(a,\ b \in \mathbf{R},\ i = \sqrt{-1}\right)$.
A komplex számok halmazát $\mathbf{C}$-vel jelöljük.

$$\mathbf{C} = \left\{a + bi \mid a,\ b \in \mathbf{R},\ i = \sqrt{-1}\right\}$$

Trigonometrikus alak: $a + bi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}, \qquad \mathrm{tg}\varphi = \frac{b}{a} \qquad (a \neq 0)$$

Exponenciális alak: $r \cdot e^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

MŰVELETEK KOMPLEX SZÁMOKKAL

$z_1 = a_1 + b_1 i = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$; $z_2 = a_2 + b_2 i = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$

Összeadás: $z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$

Kivonás: $z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$

Szorzás: $z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i = r_1 r_2\,[\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$

Osztás: $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}\left[\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)\right],$

Hatványozás: $z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$

Gyökvonás: $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\varphi + 2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{\varphi + 2k\pi}{n}\right)$

$k = 0, 1, 2, \ldots, n - 1$

Egységgyökök: $\varepsilon_k = \sqrt[n]{1} = \cos\dfrac{2k\pi}{n} + i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$

$k = 0, 1, 2, \ldots, n - 1$

SZÁMELMÉLET

OSZTHATÓSÁG A TERMÉSZETES SZÁMOK KÖRÉBEN

Egy b természetes számot az a természetes szám osztójának nevezzük, ha létezik olyan c természetes szám, melyre teljesül, hogy $a = bc$.

Jelölés:
$b \mid a$ b osztója a-nak

Főbb oszthatósági szabályok ($n \in \mathbf{N}$)

$2 \mid n$	$\Leftrightarrow$	ha n utolsó számjegye: 0, 2, 4, 6 vagy 8
$5 \mid n$	$\Leftrightarrow$	ha n utolsó számjegye: 0 vagy 5
$4 \mid n$	$\Leftrightarrow$	ha n utolsó két számjegyéből alkotott szám osztható 4-gyel
$8 \mid n$	$\Leftrightarrow$	ha n utolsó három számjegyéből alkotott szám osztható 8-cal
$3 \mid n$	$\Leftrightarrow$	ha n számjegyeinek összege osztható 3-mal
$9 \mid n$	$\Leftrightarrow$	ha n számjegyeinek összege osztható 9-cel
$11 \mid n$	$\Leftrightarrow$	ha n számjegyeit váltakozó előjellel összegezve 11-gyel osztható szám az eredmény

Prímszámok
Azokat a természetes számokat, amelyeknek pontosan két osztójuk van, prímszámoknak nevezzük.

A számelmélet alaptétele
Bármely $n > 1$ összetett egész szám egyértelműen bontható fel prímszámok szorzatára (a tényezők sorrendjétől eltekintve).

$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$ az $n > 1$ pozitív egész szám prímtényezős felbontása, $p_1, p_2, \dots, p_k$ az n különböző prímosztóit jelöli.

Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös
Két vagy több pozitív egész szám legnagyobb közös osztójának a vizsgált számok közös osztói közül a legnagyobbat nevezzük.

Két vagy több pozitív egész szám legkisebb közös többszörösének a vizsgált számok közös többszörösei közül a legkisebbet nevezzük.

A k és az l pozitív egész szám legnagyobb közös osztójának a jele: $(k; l)$, a legkisebb közös többszörösüknek a jele: $[k; l]$.

Ha két pozitív egész szám legnagyobb közös osztója 1, akkor ezeket relatív prímszámoknak mondjuk.

A 2-vel, 3-mal és 5-tel nem osztható számok prímtényezős felbontása ($n \leq 1001$)

7. táblázat

7	$203 = 7 \cdot 29$	401	601	$803 = 11 \cdot 73$
11	$209 = 11 \cdot 19$	$403 = 13 \cdot 31$	607	809
13	211	$407 = 11 \cdot 37$	$611 = 13 \cdot 47$	811
17	$217 = 7 \cdot 31$	409	613	$817 = 19 \cdot 43$
19	$221 = 13 \cdot 17$	$413 = 7 \cdot 59$	617	821
23	223	419	619	823
29	227	421	$623 = 7 \cdot 89$	827
31	229	$427 = 7 \cdot 61$	$629 = 17 \cdot 37$	829
37	233	431	631	$833 = 7^2 \cdot 17$
41	239	433	$637 = 7^2 \cdot 13$	839
43	241	$437 = 19 \cdot 23$	641	$841 = 29^2$
47	$247 = 13 \cdot 19$	439	643	$847 = 7 \cdot 11^2$
$49 = 7^2$	251	443	647	$851 = 23 \cdot 37$
53	$253 = 11 \cdot 23$	449	$649 = 11 \cdot 59$	853
59	257	$451 = 11 \cdot 41$	653	857
61	$259 = 7 \cdot 37$	457	659	859
67	263	461	661	863
71	269	463	$667 = 23 \cdot 29$	$869 = 11 \cdot 79$
73	271	467	$671 = 11 \cdot 61$	$871 = 13 \cdot 67$
$77 = 7 \cdot 11$	277	$469 = 7 \cdot 67$	673	877
79	281	$473 = 11 \cdot 43$	677	881
83	283	479	$679 = 7 \cdot 97$	883
89	$287 = 7 \cdot 41$	$481 = 13 \cdot 37$	683	887
$91 = 7 \cdot 13$	$289 = 17^2$	487	$689 = 13 \cdot 53$	$889 = 7 \cdot 127$
97	293	491	691	$893 = 19 \cdot 47$
	$299 = 13 \cdot 23$	$493 = 17 \cdot 29$	$697 = 17 \cdot 41$	$899 = 29 \cdot 31$
101		$497 = 7 \cdot 71$		
103	$301 = 7 \cdot 43$	499	701	$901 = 17 \cdot 53$
107	307		$703 = 19 \cdot 37$	907
109	311	503	$707 = 7 \cdot 101$	911
113	313	509	709	$913 = 11 \cdot 83$
$119 = 7 \cdot 17$	317	$511 = 7 \cdot 73$	$713 = 23 \cdot 31$	$917 = 7 \cdot 131$
$121 = 11^2$	$319 = 11 \cdot 29$	$517 = 11 \cdot 47$	719	919
127	$323 = 17 \cdot 19$	521	$721 = 7 \cdot 103$	$923 = 13 \cdot 71$
131	$329 = 7 \cdot 47$	523	727	929
$133 = 7 \cdot 19$	331	$527 = 17 \cdot 31$	$731 = 17 \cdot 43$	$931 = 7^2 \cdot 19$
137	337	$529 = 23^2$	733	937
139	$341 = 11 \cdot 31$	$533 = 13 \cdot 41$	$737 = 11 \cdot 67$	941
$143 = 11 \cdot 13$	$343 = 7^3$	$539 = 7^2 \cdot 11$	739	$943 = 23 \cdot 41$
149	347	541	743	947
151	349	547	$749 = 7 \cdot 107$	$949 = 13 \cdot 73$
157	353	$551 = 19 \cdot 29$	751	953
$161 = 7 \cdot 23$	359	$553 = 7 \cdot 79$	757	$959 = 7 \cdot 137$
163	$361 = 19^2$	557	761	$961 = 31^2$
167	367	$559 = 13 \cdot 43$	$763 = 7 \cdot 109$	967
$169 = 13^2$	$371 = 7 \cdot 53$	563	$767 = 13 \cdot 59$	971
173	373	569	769	$973 = 7 \cdot 139$
179	$377 = 13 \cdot 29$	571	773	977
181	379	577	$779 = 19 \cdot 41$	$979 = 11 \cdot 89$
$187 = 11 \cdot 17$	383	$581 = 7 \cdot 83$	$781 = 11 \cdot 71$	983
191	389	$583 = 11 \cdot 53$	787	$989 = 23 \cdot 43$
193	$391 = 17 \cdot 23$	587	$791 = 7 \cdot 113$	991
197	397	$589 = 19 \cdot 31$	$793 = 13 \cdot 61$	997
199		593	797	$1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$
		599	$799 = 17 \cdot 47$	